Exercice 18.7
Température de Mariotte d'un gaz de Van Der Waals

Un fluide est caractérisé pour une mole, par l'équation d'état :

$$(p+\frac{a}{V_m{}^2})(V_m-b)=RT$$

On donne a = 0.366 J. m^3. mol^{-2}, b = $4{,}29.10^{-5}$ m^3.mol^{-1}, R = 8,314 J. mol^{-1} .K^{-1} .

On désire étudier les courbes isothermes dans le diagramme d'Amagat. On pose y = PV et on choisit p et y comme variables indépendantes.
1°) Écrire l'équation d'une isotherme dans le diagramme d'Amagat sous la forme :
f(p,y) = 0

2°) Déterminer le lieu des points où les gaz suit la loi de Mariotte c'est à dire :

$$\left(\frac{\partial PV}{\partial p}\right)_T=0$$

Quelle est la nature géométrique de ce lieu ?
Tracer la courbe correspondante dan le diagramme d'Amagat ; (on exclut le point (0, 0) pour lequel l'équation de Van der Waals ne décrit pas correctement le comportement du gaz. Calculer la température de Mariotte à laquelle le gaz suit la loi de Mariotte pour une pression nulle .

Corrigé exercice 18.7
Température de Mariotte d'un gaz de Van der Waals

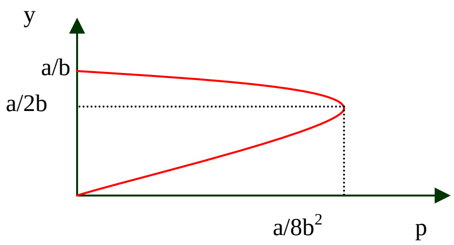
1°) Ecriture d'une isotherme : f(p,y)=0

On notera que $v = \frac{pv}{p} = y / p$ l'équation de Van der Waals s'écrit donc :

$$y + \frac{ap}{y} - pb - \frac{abp^2}{y^2} - RT = 0$$

2°) $df = \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial p} dp$ si df=0 alors $\frac{dy}{dp} = \frac{-\frac{\partial f}{\partial p}}{\frac{\partial f}{\partial y}} = 0$

Ce qui donne $b - \frac{a}{y} + \frac{2abp}{y^2} = 0$ soit $p = -\frac{y^2}{2a} + \frac{y}{2b}$ ce qui donne une parabole



On retrouve la température de Mariotte pour p = 0 y=a/b RT_M=y T_M= 1026K

 Odile BAYART